

CH15 : Initiation aux probabilités

I. Vocabulaire et premières notions de probabilités

Def 1 : Lorsqu'on fait une expérience, comme lancer un dé à 6 faces, dont on connaît tous les résultats possibles (les nombres de 1 à 6), mais que l'on ne sait pas à l'avance le résultat que l'on obtiendra, on dit que l'on fait une **expérience aléatoire**.

Chacun des résultats possibles s'appelle une **issue**.

On appelle **événement** l'issue ou l'ensemble d'issue que l'on considère.

Exemple : lors du lancer d'un dé à 6 faces, les **issues** sont : obtenir 1, obtenir 2, obtenir 3, obtenir 4, obtenir 5, obtenir 6.

Un **événement** peut être par exemple : « obtenir un 2 ou un 6 ».

Def 2 : La **probabilité** qu'un certain événement se produise représente les chances que cet événement se réalise lorsqu'on fait l'expérience aléatoire ; c'est un nombre compris entre 0 et 1, que l'on peut aussi voir comme un pourcentage en écriture décimale.

La probabilité d'un événement A se note $p(A)$.

Pté 1 : La probabilité d'une issue est un nombre compris entre 0 et 1.

La probabilité d'un événement **certain** est égale à 1.

La probabilité d'un événement **impossible** est égale à 0.

Si tous les événements possibles ont autant de chances d'arriver (**équiprobabilité**) – dé « non pipé », la **probabilité** d'un événement se calcule ainsi : $\frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$.

Exemple : Dans notre exemple, la probabilité d'obtenir 5 en tirant un dé est $p(5) = \frac{1}{6} \approx 0,166...$ soit environ 17% de chances.

Pté 2 : La somme des probabilités des issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

C'est-à-dire que si l'on considère toutes les issues possibles, on obtient un total de 100%.

II. Cas particuliers.

A. Événements incompatibles.

Def 3 : Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent pas se produire en même temps.

Exemple : avec notre seul dé, nous ne pouvons pas obtenir 3 et 5 en même temps.

Pté 3 : Si les événements A et B sont incompatibles, alors $p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B)$.

Exemple : La probabilité d'obtenir un 5 ou bien un 3 est $p(5 \text{ ou } 3) = p(5) + p(3) = \frac{2}{6} \approx 0,33...$ soit environ 33% de chances.

B. Événements contraires.

Def 4 : **L'événement contraire** de l'événement A, que l'on désigne par « non A », est celui qui se réalise lorsque A n'a pas lieu.

Avec un dé à 6 faces, **L'événement contraire** de « obtenir 5 » est « ne pas obtenir 5 ».

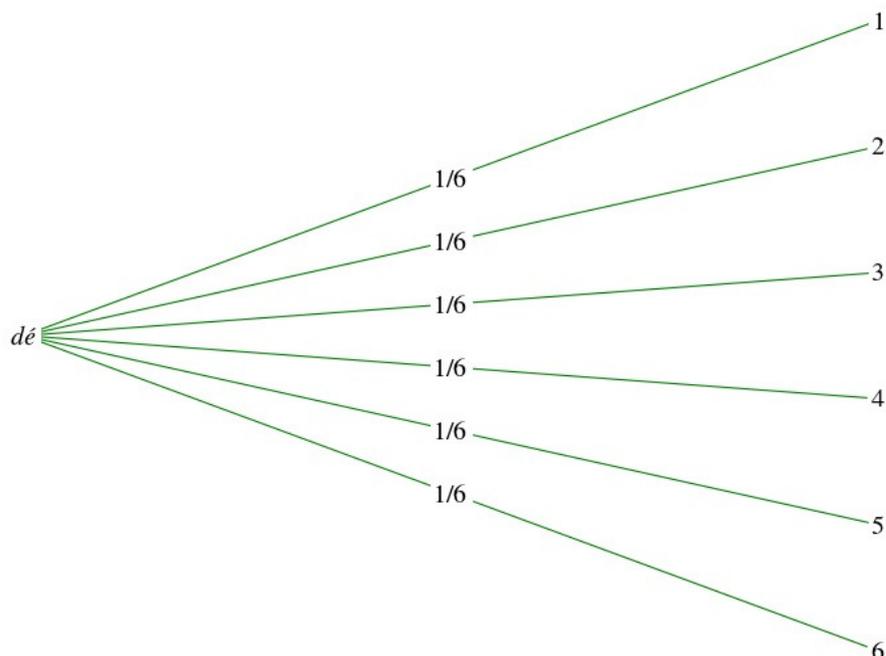
La probabilité de l'événement contraire se calcule ainsi : $p(\text{non } 5) = 1 - p(5) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \approx 0,833...$

Pté 4 : Comme les événements A et « non A » sont incompatibles, on a : $p(A) + p(\text{non } A) = 1$.

Conséquence : $p(\text{non } A) = 1 - p(A)$.

C. Arbres des possibles, expérience à deux épreuves.

L'arbre des possibles d'une expérience indique chacune de ses issues. Quand on fait figurer sur chaque branche la probabilité de l'événement, cela s'appelle « pondérer » l'arbre des possibles.

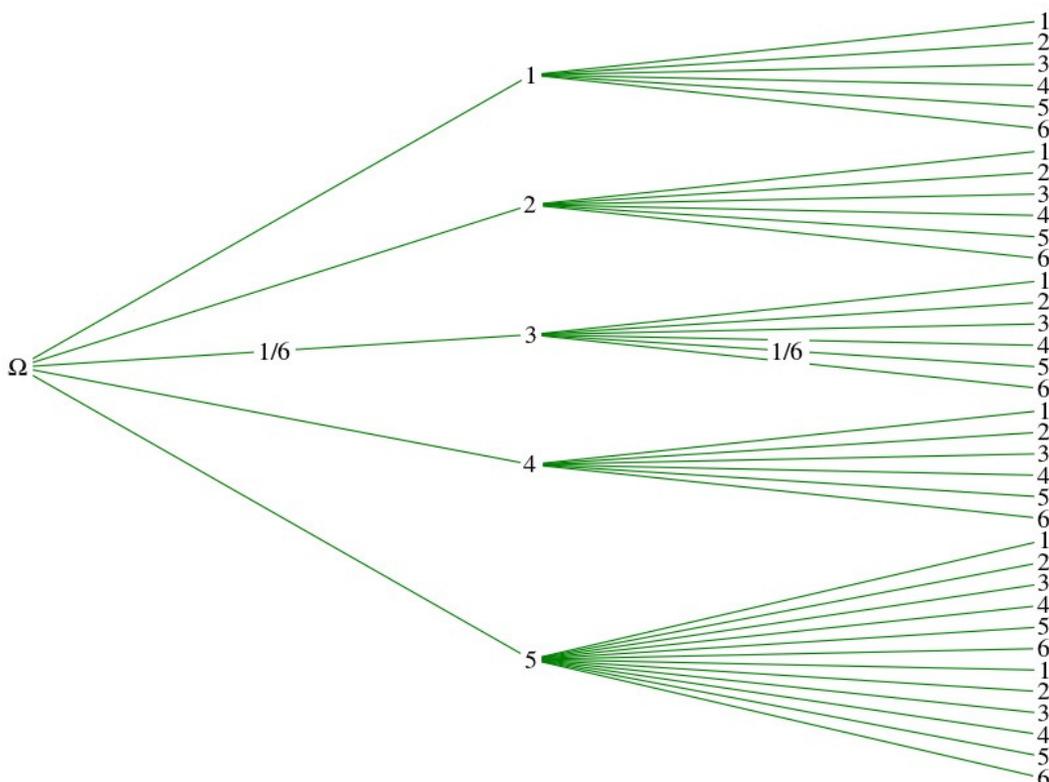


Lorsque l'expérience aléatoire comprend plusieurs événements successifs (lancer un dé, noter le résultat, puis le lancer une seconde fois), on dit que c'est une **expérience à deux épreuves**. La probabilité de l'événement « obtenir un 3 puis un 5 » est :

$$p(3 \text{ puis } 5) = p(3) \times p(5) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 0,02778\dots$$

Premier tirage

Deuxième tirage



Pté 5 : Dans un arbre, la probabilité du résultat auquel conduit un chemin est égal au **produit** des probabilités rencontrées le long de ce chemin.